

К-1 Линеиные неравенства

1. Решите неравенство:

а) $7x - 9 < 13x + 1$; б) $x(x + 2) < (x + 5)(x - 3)$;

в) $4x^2 - 12x < (2x - 3)^2$.

2. Решите систему неравенств:

а) $\begin{cases} 5x + 12 > 0, \\ 3x - 4 < 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 6x + 5 < 5x + 7, \\ 2x + 3 < 0. \end{cases}$

3. Решите неравенство:

а) $x^2 - 2x - 8 < 0$; б) $4x^2 + 12x + 10 > 0$;

в) $x^2 + 10x + 25 > 0$.

4. Найдите наименьшее целое решение неравенства

$\frac{2}{7}x - 1 > x - \frac{2}{7}$, удовлетворяющее неравенству $x^2 < 17$.

5*. Решите неравенство:

а) $(\sqrt{2} + \sqrt{7})x > \frac{5}{\sqrt{2} - \sqrt{7}}$; б) $(13 - 2\sqrt{22})x > \sqrt{11} - \sqrt{2}$.

6*. При каком значении параметра a неравенство $ax^2 - (18 + 2a^2)x + 36a > 0$ не имеет решений?

7*. Туристы вышли из пункта A в пункт B . Если они будут проходить по 40 км в день, то придут в пункт B в назначенный срок. А если будут проходить по 45 км в день, то за 2 дня до назначенного срока им останется пройти 40 км до пункта B . Найдите расстояние от пункта A до пункта B .

К-2 Рациональные неравенства

Решите неравенство (1–2):

1. а) $(x + 2)(x + 3)(x - 4) < 0$; б) $(x^2 - 3x)(4x + 2) \geq 0$.

2. а) $\frac{x+4}{x-1} > 0$; б) $\frac{3x+4}{x+1} < 2$; в) $\frac{(x-3)^2}{x+3} \leq 0$.

3. Решите систему неравенств $\begin{cases} (2x+1)(x-4) < 0, \\ (3x-1)(x-3) \geq 0. \end{cases}$

4. Найдите все решения системы неравенств

$$\begin{cases} (x-6)(x+5) \leq 0, \\ x > 0, \end{cases}$$

удовлетворяющие неравенству $|x| \leq 5$.

5*. Решите неравенство $\frac{25}{(2x+3)^2} - \frac{30}{2x+3} - 7 \leq 0$.

6*. Для любого числа $x \in \mathbf{R}$ докажите справедливость неравенства:

а) $x^2 + 7x + 13 > 0$;

б) $x^2 - 10x + 26 \geq 2|x - 5|$, найдите значения x , при которых левая часть неравенства равна правой;

в) $\frac{x^2 - 4x - 5}{5} + \frac{5}{x^2 - 4x + 5} \geq 0$, найдите значения x , при которых левая часть неравенства равна правой.

7*. Моторная лодка прошла по течению реки 16 км, а против течения 6 км, затратив на весь путь 1 ч 30 мин. Найдите собственную скорость моторной лодки, если скорость течения равна 2 км/ч.

К-3 Степень с рациональным показателем

1. Постройте график функции $y = x^5$. Является ли эта функция четной или нечетной? Принадлежат ли графику функции $y = x^5$ точки $A(-3; -243)$, $B(2; 32)$, $C(-2; 32)$?
2. Определите, между какими соседними натуральными числами заключено число $\sqrt[3]{501}$.
3. Сравните числа:
а) $\sqrt[5]{0,999}$ и 1; б) $\sqrt[6]{1,002}$ и 1;
в) $\sqrt[3]{0,997}$ и $\sqrt[4]{1,001}$; г) $\sqrt[6]{4}$ и $\sqrt[5]{3}$.
4. Вычислите:
а) $7 - \sqrt{81}$; б) $4 + \sqrt[3]{-64}$; в) $9 - \sqrt[4]{625}$; г) $\sqrt[4]{4} \cdot \sqrt[4]{64}$; д) $\frac{\sqrt[3]{256}}{\sqrt[3]{4}}$.
- 5*. Вынесите множитель из-под знака корня:
а) $\sqrt[3]{250}$; б) $\sqrt[4]{80a^4}$, если $a > 0$; в) $\sqrt[6]{256x^6}$, если $x < 0$.
- 6*. Решите уравнение $(\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{3})(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{3x} + \sqrt[3]{9}) = \sqrt{x} + 9$.
- 7*. Две бригады при совместной работе могут выполнить задание за 16 дней. За сколько дней могла бы выполнить это задание каждая бригада в отдельности, если первой бригаде на выполнение всего задания потребуется на 24 дня больше, чем второй?

К-4 Арифметическая прогрессия

1. Дана арифметическая прогрессия $-3,5; -3,2; \dots$.
а) Найдите ее шестнадцатый член.
б) Найдите сумму ее первых одиннадцати членов.
2. Арифметическая прогрессия $\{a_n\}$ задана формулой n -го члена $a_n = 7 - 3n$. Найдите сумму ее первых двадцати членов.
3. Является ли число 122,2 членом арифметической прогрессии, первый член которой равен $-3,2$, а пятый равен 4,4? Если да, то определите номер этого члена.
4. Найдите сумму всех натуральных чисел, кратных 7 и не превосходящих 133.
- 5*. Найдите сумму третьего и семнадцатого членов арифметической прогрессии, если ее десятый член равен 26.
- 6*. Сколько первых членов арифметической прогрессии $-6,5; -6; \dots$ нужно сложить, чтобы получить в сумме $-42,5$?
- 7*. Две трубы при совместной работе наполнили бассейн за 24 мин. В другой раз первая труба наполняла бассейн 21 мин, а вторая труба — 28 мин, и они наполнили весь бассейн. За сколько минут можно наполнить бассейн через каждую трубу в отдельности?

К-5 Геометрическая прогрессия

1. Дана геометрическая прогрессия, первый член которой равен -32 , а знаменатель равен $-\frac{1}{2}$.
 - а) Найдите ее шестой член.
 - б) Найдите сумму ее первых семи членов.
2. В геометрической прогрессии $\{a_n\}$ с положительными членами $a_3 = 5$, $a_5 = 45$. Найдите сумму первых пяти членов этой прогрессии.
3. В геометрической прогрессии $\{a_n\}$ $a_{14} = 24$, $a_{16} = 54$. Найдите a_{15} .
4. В геометрической прогрессии $\{a_n\}$ $a_6 = -13$. Найдите $a_4 \cdot a_8$.
- 5*. Знаменатель геометрической прогрессии $\{b_n\}$ равен $-\frac{1}{2}$. Найдите $\frac{b_7 \cdot b_9}{b_8 \cdot b_{10}}$.
- 6*. Вычислите сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии $42; -8,4; \dots$.
- 7*. Путь от села к городу идет сначала горизонтально, а затем в гору. Велосипедист едет на горизонтальном участке со скоростью 10 км/ч, в гору со скоростью 6 км/ч, с горы — 12 км/ч. Вычислите расстояние от села до города, если на путь в одном направлении велосипедист тратит 5 ч, а в обратном направлении — $3,5$ ч.

К-6 Формулы для синуса и косинуса угла

1. Вычислите $2\sin\frac{5\pi}{4} + \operatorname{ctg}\frac{\pi}{6}$.
2. Упростите выражение:
 - а) $\frac{1}{\operatorname{ctg}^2\alpha + 1} + \cos^2\alpha$ для всех $\alpha \neq \pi k$, где k — любое целое число;
 - б) $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \sin(-\alpha) + \cos(-\alpha)$.
3. Докажите равенство $\frac{1}{1 - \cos\alpha} + \frac{1}{1 + \cos\alpha} - 2 = 2\operatorname{ctg}^2\alpha$ для всех $\alpha \neq \pi k$, где k — любое целое число.
4. Вычислите $\cos\alpha$, если $\operatorname{ctg}\alpha = -\sqrt{3}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.
- 5*. Докажите, что для любого α справедливо неравенство $-1 \leq \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha + \frac{1}{2}\cos\alpha \leq 1$.
- 6*. Найдите значение выражения $\frac{4\sin\alpha + 5\cos\alpha}{3\sin\alpha - 4\cos\alpha}$, если $\operatorname{tg}\alpha = 4$.
- 7*. В прошлом году в двух библиотеках было 160 тыс. книг. В этом году число книг увеличилось в первой библиотеке на 20% , а во второй библиотеке на 10% . В результате общее число книг увеличилось на 21 тыс. Сколько книг стало в каждой библиотеке?

Обязательная часть¹

1. Товар при распродаже уценили на 20 %, при этом он стал стоить 680 р. Сколько стоил товар до распродажи?
 А. 136 р. Б. 816 р. В. 700 р. Г. 850 р.

2. Найдите значение выражения $\frac{a+x}{a-x}$ при $a = -0,7$ и $x = -0,3$.

Ответ. _____

3. Из формулы $\frac{1}{c} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ выразите переменную b .

А. $b = \frac{ac}{a+c}$ Б. $b = \frac{ac}{c-a}$ В. $b = \frac{a-c}{ac}$ Г. $b = \frac{ac}{a-c}$

4. Упростите выражение $(c+2)(c-3) - (c-1)^2$.

А. $c-7$ Б. $c-5$ В. $c+5$ Г. $-3c-7$

5. Укажите выражение, равное степени 2^{k-3} .

А. $2^k - 2^3$ Б. $\frac{2^k}{2^3}$ В. $\frac{2^k}{2^{-3}}$ Г. $(2^k)^{-3}$

6. Решите уравнение $\frac{1}{3}x^2 - 12 = 0$.

А. 2; -2 Б. 2 В. 6; -6 Г. 6

7. В 2 большие коробки и 3 маленькие коробки помещается 38 карандашей, а в 3 большие коробки и 2 маленькие коробки — 42 карандаша. Сколько карандашей в большой и маленькой коробках вместе?

Ответ. _____

8. Используя графики функций $y = x^3$ и $y = 2x + 4$ (рис. 82), решите уравнение $x^3 - 2x - 4 = 0$.

Ответ. _____

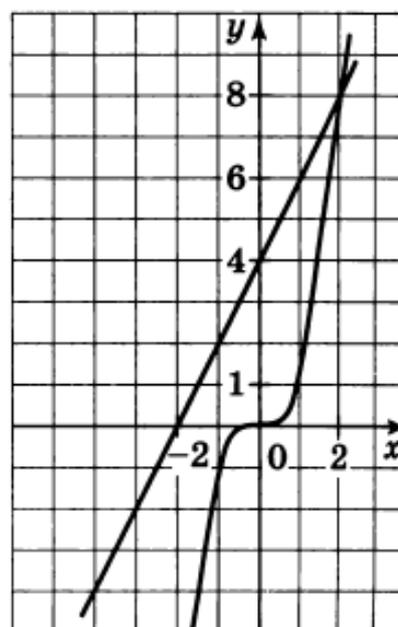


Рис. 82

9. Из чисел $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ выберите все те, при которых значение выражения $10x + 1$ больше значения выражения $8x - 2$.

А. $-3; -2$ Б. $-3; -2; -1$
В. $0; 1; 2; 3$ Г. $-1; 0; 1; 2; 3$

10. Известно, что $a > b$. Сравните $a - b$ и $b - a$.

А. $a - b > b - a$ Б. $a - b < b - a$
В. $a - b = b - a$ Г. Данных для сравнения недостаточно

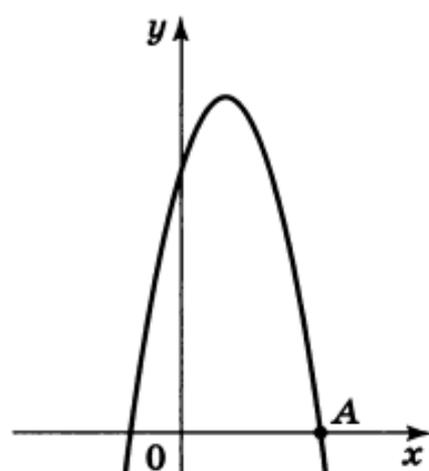


Рис. 83

11. Последовательность задана формулой $c_n = \frac{(-1)^n}{n}$. Какое из чисел

не является членом этой последовательности?

А. $\frac{1}{2}$ Б. $\frac{1}{4}$ В. $\frac{1}{5}$ Г. $\frac{1}{6}$

12. На рисунке 83 изображен график функции $y = -2x^2 + 4x + 6$. Вычислите координаты точки А.

Ответ. _____

Дополнительная часть

13. Решите неравенство $(-\sqrt{x} - x)(x - 6\sqrt{x} + 8) \geq 0$.

Ответ. _____

14. Два пешехода вышли одновременно навстречу друг другу из двух сел А и В, расстояние между которыми 6 км. Пешеход, шедший из села А, пришел в село В через 54 мин после встречи, а пешеход, шедший из села В, пришел в село А через 24 мин после встречи. Найдите расстояние от места встречи до ближайшего из этих сел.

Ответ. _____